

Andrea è un astronomo e Marco un astronauta: hanno entrambi 40 anni. Marco viene reclutato per fare un viaggio verso la stella Sirio, distante 8,6 anni luce, con un'astronave capace di andare alla velocità di 0,95 c.

Trova:

- 1. quanto tempo dura il viaggio per Andrea e quanto per Marco;**
- 2. quanto vale la distanza percorsa per Andrea e quanto per Marco;**
- 3. l'età di entrambi quando viene raggiunta la stella.**

Ipotizzo che Andrea e Marco si muovano in due sistemi di riferimento inerziali.

1. Andrea, che si trova sulla Terra, misura il tempo con il proprio orologio, anche se evento di partenza ed evento di arrivo sono differenti (tempo improprio).
Perciò, applicando la formula inversa della velocità ottengo:

$$\Delta t_{Andrea} = \frac{\Delta x}{v} = \frac{8,6c}{0,95c} = 9,1anni = 9,1 \times 3,15 \times 10^7 s = 2,9 \times 10^8 s$$

Se Andrea misurasse il tempo guardando l'orologio che Marco ha con sé sull'astronave, noterebbe un tempo differente (tempo proprio perché evento iniziale e finale avvengono nello stesso posto), pari a:

$$\Delta t_{Marco} = \frac{\Delta t_{Andrea}}{\gamma} = \Delta t_{Andrea} \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = 2,9 \times 10^8 s \sqrt{1 - \frac{0,95^2 c^2}{c^2}} = 8,9 \times 10^7 s = 2,8anni$$

2. Nel sistema di riferimento di Andrea, fermo sulla Terra, luogo di partenza e di arrivo sono fermi, dunque la distanza è una lunghezza propria, che vale:

$$d_{Andrea} = 8,6anniluce = 8,6 \times 10^{16} m$$

Nel sistema di riferimento di Marco, fermo sull'astronave, invece, luogo di partenza e arrivo vengono percepiti come corpi in movimento alla velocità di 0,95c, perciò la distanza è una lunghezza impropria, che viene quindi calcolata utilizzando la formula inversa della velocità:

$$d_{Marco} = \Delta x = v \Delta t = 0,95c \times 8,9 \times 10^7 s = 2,5 \times 10^{16} m$$

In alternativa è possibile calcolare d_{Marco} utilizzando il coefficiente di dilatazione γ :

$$d_{Marco} = \frac{d_{Andrea}}{\gamma} = d_{Andrea} \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = 8,6 \times 10^{16} s \sqrt{1 - \frac{0,95^2 c^2}{c^2}} = 2,5 \times 10^{16} s$$

3. Determino le età di Andrea e Marco quando l'astronave raggiungerà la stella:

$$\begin{aligned} t_{Andrea} &= 40anni + \Delta t_{Andrea} = (40 + 9,1)anni = 49anni \\ t_{Marco} &= 40anni + \Delta t_{Marco} = (40 + 2,8)anni = 43anni \end{aligned}$$