

Due asteroidi con densità  $\rho = 2,515 \text{ g/cm}^3$  e raggio  $R = 10 \text{ km}$ , si trovano molto distanti fra loro e precipitano uno sull'altro per effetto dell'attrazione gravitazionale.

1. Calcola il modulo della velocità  $v$  di uno dei due asteroidi al momento dell'impatto.
2. Calcola l'accelerazione  $a$  di un asteroide al momento dell'impatto.

Assimiliamo i due asteroidi a due sfere perfette.

Determino il valore della massa dei due asteroidi:

$$m = \rho V = \rho \frac{4}{3} \pi R^3 \quad (1)$$

Trovandosi a grande distanza l'uno dall'altro, i due corpi hanno energia potenziale ed energia cinetica tendenti a 0. Perciò, per il teorema della conservazione dell'energia meccanica, è possibile imporre che, al momento dell'impatto:

$$K_1 + K_2 + U = 0$$

Dato che i due asteroidi sono pressoché identici, avremo che:

$$\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}mv^2 + \left(-G \frac{m^2}{d}\right) = 0$$

Nel momento dell'impatto la distanza  $d$  corrisponde alla distanza tra i due centri, perciò:  $d = 2R$ .  
Quindi:

$$mv^2 - G \frac{m^2}{2R} = 0, \text{ da cui:}$$

$$v = \sqrt{\frac{Gm}{2R}}, \text{ sostituendo la (1) ottengo:}$$

$$v = \sqrt{\frac{4G\rho\pi R^3}{2 \times 3R}} = \sqrt{\frac{2G\rho\pi R^2}{3}} = R\sqrt{\frac{2\pi}{3}G\rho} = 10^4 m \times \sqrt{\frac{2\pi}{3} \times 6,67 \times 10^{-11} \frac{Nm^2}{kg^2} \times 2515 \frac{kg}{m^3}} = 5,93 \frac{m}{s}$$

Mantenendo le considerazioni fatte finora e applicando il secondo principio della dinamica, posso calcolare l'accelerazione:

$$\begin{aligned} a &= \frac{F}{m} = \frac{G \frac{m^2}{(2R)^2}}{m} = G \frac{m}{4R^2} = G \frac{4\rho\pi R^3}{3 \times 4R^2} = G \frac{\rho\pi R}{3} = \frac{\pi}{3} G\rho R = \\ &= \frac{\pi}{3} \times 6,67 \times 10^{-11} \frac{Nm^2}{kg^2} \times 2515 \frac{kg}{m^3} \times 10^4 m = 1,76 \times 10^{-3} \frac{m}{s^2} \end{aligned}$$