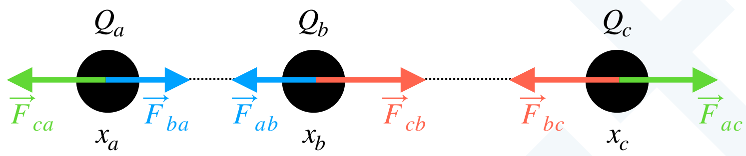
In un cilindro isolante, privo di attrito, si trovano allineate tre sferette cariche in equilibrio. La sferrata centrale, di carica 49 nC, dista 10 cm da quella di sinistra e 20 cm da quella di destra. Quanto valgono le cariche presenti sulle altre sfere?

Analizzo la situazione in modo da determinare la natura (positive o negative) delle cariche A e C situate esternamente.
So che la carica centrale B è in equilibrio, perciò le cariche A e C devono entrambe esercitare una forza repulsiva o una forza attrattiva (devono quindi essere CONCORDI).
Inoltre so che anche A e C sono in equilibrio: se fossero ambedue positive, esse verrebbero respinte dalla carica centrale e dalla carica all'altro estremo, perciò non sarebbero in equilibrio. A e C sono quindi NEGATIVE.
Rappresento graficamente la situazione:



Tenendo conto del fatto che le forze dello stesso colore hanno ugual modulo e verso opposto e sapendo che $r_{ab} = 0{,}10m$, $r_{bc} = 2r_{ab}$ e $r_{ac} = r_{ab} + r_{ac} = 3r_{ab}$ posso scrivere le formule relative alle forze in questione:

$$F_{ac} = F_{ca} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q_aQ_c}{(r_{ac})^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q_aQ_c}{(3r_{ab})^2}$$

$$F_{bc} = F_{cb} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q_bQ_c}{(r_{bc})^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q_bQ_c}{(2r_{ab})^2}$$

$$F_{ab} = F_{ba} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q_aQ_b}{(r_{ab})^2}$$

Impongo le condizioni di equilibrio:

$$F_{ca} = F_{ba}$$

$$F_{ab} = F_{cb}$$

$$F_{ac} = F_{bc}$$

Che posso riscrivere rispettivamente come:

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q_aQ_c}{(3r_{ab})^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q_aQ_b}{(r_{ab})^2}, \text{ da cui ottengo: } \frac{Q_c}{9} = Q_b \ (1)$$

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q_aQ_b}{(r_{ab})^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q_bQ_c}{(2r_{ab})^2}, \text{ da cui ottengo: } Q_a = \frac{Q_c}{4} \ (2)$$

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q_aQ_c}{(3r_{ab})^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q_bQ_c}{(2r_{ab})^2}, \text{ da cui ottengo: } \frac{Q_a}{9} = \frac{Q_b}{4} \ (3)$$

Sapendo che $Q_b = 49 \times 10^{-9}C$, posso affermare che, dalla (1):

$$Q_c = 9Q_b = 9 \times 49 \times 10^{-9}C = 4{,}4 \times 10^{-7}C$$

Dalla (2):

$$Q_a = \frac{Q_c}{4} = \frac{4{,}4 \times 10^{-7}C}{4} = 1{,}1 \times 10^{-7}C$$

E dalla (3), a conferma che i nostri calcoli sono corretti:

$$Q_a = \frac{9Q_c}{4} = \frac{9 \times 49 \times 10^{-9}C}{4} = 1{,}1 \times 10^{-7}C$$

All'inizio della risoluzione abbiamo stabilito che A e C sono caricate negativamente, perciò:

$$Q_a = -\ 1{,}1 \times 10^{-7}C$$

$$Q_c = -\ 4{,}4 \times 10^{-7}C$$