Una fontana ha un tubo di sezione 5,0 cm² che fa zampillare l'acqua verso l'alto a un'altezza di 2,0 m. Vogliamo farla zampillare a 4,0 m restringendo il tubo con una strozzatura. Calcola quale sezione deve avere la strozzatura.

Gli zampilli d'acqua si muovono con un moto uniformemente decelerato. Essi escono infatti dal tubo con una certa velocità, la quale si azzera una volta raggiunta l'altezza massima.
Impongo l'origine nel punto da cui esce lo zampillo.
Scrivo dunque le leggi che regolano il moto della fontana con sezione normale:

$\begin{cases} y_1 = v_{0_1} t - \frac{1}{2} g t^2 \\ v_1 = v_{0_1} - g t \end{cases}$, quando lo zampillo raggiunge l'altezza di 2,0m si ha:

$\begin{cases} y_1 = v_{0_1} t - \frac{1}{2} g t^2 \\ 0 = v_{0_1} - g t \end{cases}$, da cui ricavo: $\begin{cases} y_1 = v_{0_1} t - \frac{1}{2} g t^2 \\ g t = v_{0_1} \end{cases}$;

esplicito il tempo nella seconda equazione ($t = \frac{v_{0_1}}{g}$) e lo sostituisco nella prima:

$$y_1 = v_{0_1} \frac{v_{0_1}}{g} - \frac{1}{2} g \frac{v_{0_1}^2}{g^2}, \text{ da cui: } y_1 = \frac{v_{0_1}^2}{g} - \frac{1}{2} \frac{v_{0_1}^2}{g} \text{ e infine: } y_1 = \frac{1}{2} \frac{v_{0_1}^2}{g}$$

Esplicito quindi la velocità iniziale:

$$v_{0_1} = \sqrt{2 g y_1} = \sqrt{2 \times 9{,}8 \frac{m}{s^2} \times 2{,}0 m} = 6{,}26 \frac{m}{s}$$

Ripeto lo stesso ragionamento per la fontanella con la strozzatura:

$$v_{0_2} = \sqrt{2 g y_2} = \sqrt{2 \times 9{,}8 \frac{m}{s^2} \times 4{,}0 m} = 8{,}86 \frac{m}{s}$$

So che, se il liquido è incomprimibile, vale l'equazione di continuità, ovvero:

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

e quindi:

$$A_2 = \frac{A_1 v_1}{v_2} = \frac{5{,}0 cm^2 \times 6{,}26 \frac{m}{s}}{8{,}86 \frac{m}{s}} = 3{,}5 cm^2$$

proprietà esclusiva di MZ PLUS S.R.L.S,
Trescore Balneario (BG) via Paglia 19/D P.IVA 04537560163