Si vuole misurare a che altezza arriva un sasso lanciato verso l'alto in un certo intervallo di tempo. La velocità iniziale è $v_0 = (8{,}0 \pm 0{,}3)$ m/s. Calcola a che altezza arriva il sasso e l'incertezza assoluta associata. Assumi che l'accelerazione di gravità sia conosciuta senza incertezze.

Impongo le condizioni del sistema di riferimento: origine nel punto di lancio, direzione verticale e verso dal basso verso l'alto.
Ricavo il tempo di salita dalla legge della velocità, ricordando che al raggiungimento dell'altezza massima la velocità finale è pari a zero:

$$0 = v_0 - gt, \text{ da cui:}$$

$$t = \frac{v_0}{g}$$

E lo sostituisco nella legge oraria:

$$h_{max} = h_0 + v_0 t - \frac{1}{2}gt^2, \text{ ovvero:}$$

$$h_{max} = 0 + v_0\frac{v_0}{g} - \frac{1}{2}g\left(\frac{v_0}{g}\right)^2 = \frac{1}{2}\frac{v_0^2}{g}, \text{ da cui:}$$

$$h_{max} = \frac{v_0^2}{2g}$$

Calcolo il valore attendibile dell'altezza massima, ricordando che l'accelerazione di gravità è conosciuta senza incertezze:

$$\bar{h}_{max} = \frac{\bar{v}_0^2}{2g} = \frac{(8{,}0\frac{m}{s})^2}{2 \times 9{,}8\frac{m}{s^2}} = 3{,}3m$$

Determino ora il suo errore relativo, sapendo che esso dipende esclusivamente dall'errore relativo della velocità iniziale (preso due volte perché la grandezza viene elevata al quadrato), in quanto l'accelerazione di gravità è conosciuta senza incertezze:

$$\epsilon_{h_{max}} = 2\epsilon_{v_0} = 2\frac{e_{v_0}}{\bar{v}_0} = 2 \times \frac{0{,}3\frac{m}{s}}{8{,}0\frac{m}{s}} = 0{,}075$$

Posso quindi calcolare l'errore assoluto dell'altezza massima, partendo dalla definizione di errore relativo:

$$\epsilon_{h_{max}} = \frac{e_{h_{max}}}{\bar{h}_{max}}, \text{ da cui:}$$

$$e_{h_{max}} = \bar{h}_{max}\epsilon_{h_{max}} = 3{,}3m \times 0{,}075 = 0{,}2m$$

(da regola l'errore assoluto deve avere una sola cifra significativa)

L'altezza raggiunta dal sasso è dunque pari a: $h_{max} = (\bar{h}_{max} \pm e_{h_{max}}) = (3{,}3 \pm 0{,}2)m$