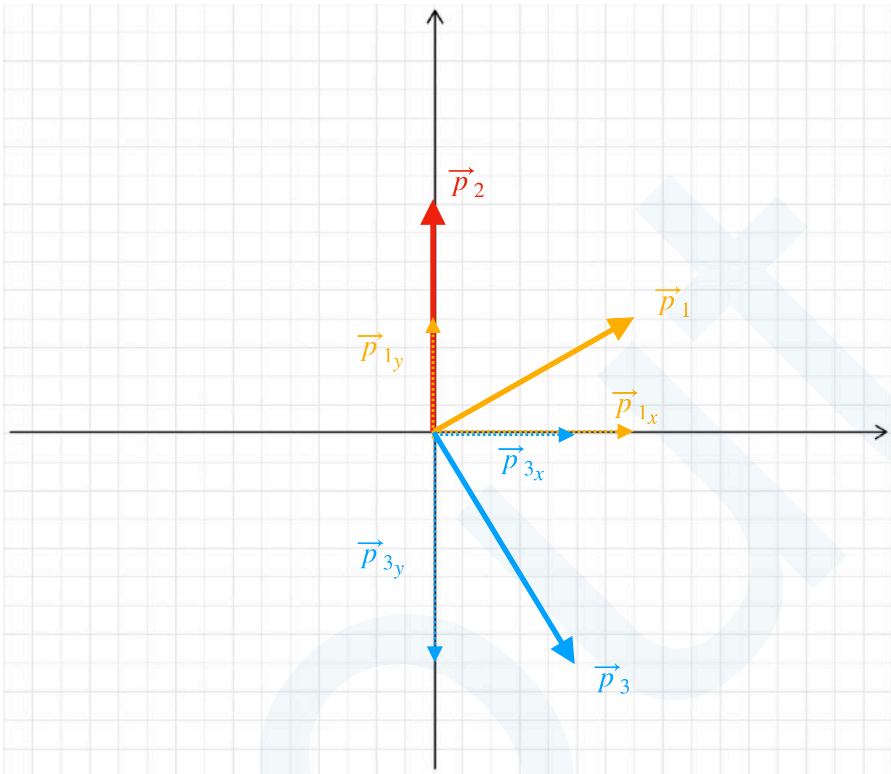
Tre palline di massa m_1 = 150 g, m_2 = 200 g e m_3 si muovono su un piano orizzontale con velocità iniziali v_1 = 1,00 m/s, v_2 = 0,800 m/s e v_3 = 0,500 m/s. Le tre velocità formano con l'asse positivo delle x rispettivamente angoli di 30,0°, 90,0° e 300°.

Sapendo che $\left|\vec{p}_{2_y}\right| = \left|\vec{p}_{3_y}\right|$, determina:

1. **La massa della terza pallina;**
2. **La quantità di moto totale del sistema (modulo e angolo formato con l'asse x).**



Calcolo le qualità di moto delle prime due palline:

$$p_1 = m_1 v_1 = 0{,}150kg \times 1{,}00\frac{m}{s} = 0{,}150kg \times \frac{m}{s}$$

$$p_2 = m_2 v_2 = 0{,}200kg \times 0{,}800\frac{m}{s} = 0{,}160kg \times \frac{m}{s}$$

Dal grafico noto che $p_2 = p_{2_y}$ (infatti l'angolo che forma con il semiasse positivo delle x è di 90°. Dunque:

$$p_{3_y} = -p_{2_y} = -p_2 = -0{,}160kg \times \frac{m}{s}$$

So anche che: $p_{3_y} = m_3 v_3 \sin\alpha$, da cui ricavo che:

$$m_3 = \frac{p_{3_y}}{v_3 \sin\gamma} = \frac{-0{,}160kg \times \frac{m}{s}}{0{,}500\frac{m}{s} \times \sin(300^\circ)} = 0{,}370kg = 370g$$

Determino ora le componenti cartesiane delle tre palline:

$$p_1 : \begin{cases} p_{x_1} = p_1 \cos\alpha = 0{,}150 kg \times \frac{m}{s} \times \cos(30°) = 0{,}130 kg \times \frac{m}{s} \\ p_{y_1} = p_1 \sin\alpha = 0{,}150 kg \times \frac{m}{s} \times \sin(30°) = 0{,}075 kg \times \frac{m}{s} \end{cases}$$

$$p_2 : \begin{cases} p_{x_2} = p_2 \cos\beta = 0{,}160 kg \times \frac{m}{s} \times \cos(90°) = 0 \\ p_{y_2} = p_2 \sin\beta = 0{,}160 kg \times \frac{m}{s} \times \sin(90°) = 0{,}160 kg \times \frac{m}{s} \end{cases}$$

$$p_3 : \begin{cases} p_{x_3} = p_3 \cos\gamma = \frac{p_{3_y}}{\sin\gamma} \cos\gamma = \frac{-0.160 kg \times \frac{m}{s}}{\sin(300°)} \cos(300°) = 0{,}092 kg \times \frac{m}{s} \\ p_{y_3} = -0{,}160 kg \times \frac{m}{s} \end{cases}$$

Calcolo ora le componenti cartesiane della quantità di moto totale del sistema:

$$p_{tot} : \begin{cases} p_{x_{tot}} = p_{x_1} + p_{x_2} + p_{x_3} = (0{,}130 + 0 + 0{,}092) kg \times \frac{m}{s} = 0{,}222 kg \times \frac{m}{s} \\ p_{y_{tot}} = p_{y_1} + p_{y_2} + p_{y_3} = (0{,}075 + 0{,}160 - 0{,}160) kg \times \frac{m}{s} = 0{,}075 kg \times \frac{m}{s} \end{cases}$$

Dunque, applicando il teorema di Pitagora:

$$p_{tot} = \sqrt{(p_{x_{tot}})^2 + (p_{y_{tot}})^2} = \sqrt{(0{,}222 kg \times \frac{m}{s})^2 + (0{,}075 kg \times \frac{m}{s})^2} = 0{,}235 kg \times \frac{m}{s}$$

Determino ora l'angolo che la quantità di moto totale del sistema forma con il semiasse positivo delle x, sapendo che:

$$\sin\theta = \frac{p_{tot_y}}{p_{tot}}, \text{ da cui:}$$

$$\theta = \sin^{-1}\left(\frac{p_{tot_y}}{p_{tot}}\right) = \sin^{-1}\left(\frac{0{,}075 kg \times \frac{m}{s}}{0{,}235 kg \times \frac{m}{s}}\right) = 18{,}6°$$