

Un asteroide di forma simile a una sfera, densità $1,5 \text{ g/cm}^3$ e raggio 1 km è arrivato a 1 milione di km dalla Terra e si muove a una velocità costante di 20 km/s verso di noi. La NASA fa atterrare una sonda sull'asteroide e, per tentare di rallentarlo, ne fa partire i motori, che esercitano una forza di $6,28 \times 10^{11} \text{ N}$ lungo la congiungente Terra-asteroide. La forza di attrazione gravitazionale esercitata dalla Terra può essere trascurata.

1. Quanto vale la distanza percorsa dall'asteroide dopo il tentativo di rallentamento? Considera che, nell'istante in cui dovesse sfortunatamente raggiungere la Terra, l'asteroide avrebbe velocità nulla.
2. Riuscirà la sonda a fermare l'asteroide?
3. La stessa forza è applicata perpendicolarmente alla congiungente Terra-asteroide: si riuscirebbe a evitare la collisione?

1. Calcolo la massa dell'asteroide sapendo che ha forma simile a quella di una sfera:

$$m_{\text{asteroide}} = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho = \frac{4}{3}\pi \times (10^5 \text{ cm})^3 \times 1,5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 6,28 \times 10^{15} \text{ g} = 6,28 \times 10^{12} \text{ kg}$$

Determino ora la decelerazione provocata dall'accensione dei motori della sonda applicando il secondo principio della dinamica ($F = ma$):

$$a = \frac{F}{m_{\text{asteroide}}} = \frac{6,28 \times 10^{11} \text{ N}}{6,28 \times 10^{12} \text{ kg}} = 0,1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Determino ora la distanza percorsa dall'asteroide nel tentativo di rallentamento.

Applico la legge della velocità in un moto uniformemente decelerato per determinare il tempo impiegato per fare in modo che l'asteroide si fermi completamente ($v = 0$):

$$0 = v_0 - at, \text{ esplicitando il tempo: } t = \frac{v_0}{a} = \frac{20 \times 10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0,1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 2,0 \times 10^5 \text{ s}$$

Applico ora la legge del moto uniformemente decelerato e trovo la distanza percorsa:

$$x = v_0 t - \frac{1}{2} a t^2 = 20 \times 10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}} \times 2,0 \times 10^5 \text{ s} - \frac{1}{2} \times 0,1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \times (2,0 \times 10^5 \text{ s})^2 = 2,0 \times 10^9 \text{ m} = 2,0 \times 10^6 \text{ km}$$

2. Dato che l'asteroide dista dalla terra solamente $1,0 \times 10^6 \text{ km}$, la sonda non riuscirà a far fermare l'asteroide.

3. Ipotizziamo ora che la stessa forza venga applicata perpendicolarmente alla congiungente. Ciò significa che l'asteroide procede orizzontalmente verso la Terra con un moto rettilineo uniforme, mentre verticalmente è sottoposto ad un'accelerazione.

Determino il tempo necessario all'asteroide per percorrere la distanza che lo separa dalla Terra:

$$t = \frac{x}{v} = \frac{1,0 \times 10^9 \text{ m}}{20 \times 10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 5,0 \times 10^4 \text{ s}$$

In questo intervallo di tempo, lo spostamento verticale è dato dalla legge oraria del moto uniformemente accelerato. E' importante ricordare che la velocità iniziale possiede solo la componente lungo la congiungente Terra-asteroide, mentre perpendicolarmente è pari a 0. Dunque:

$$y = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2} \times 0,1 \frac{m}{s^2} \times (5,0 \times 10^4 s)^2 = 1,3 \times 10^8 m = 1,3 \times 10^5 km$$

Dal momento che il diametro terrestre è pari circa a $1,3 \times 10^4 km$, in questo caso si riuscirebbe ad evitare la collisione.