

Un elettrone è fermo nei pressi di un piano quadrato di lato $L = 1,8 \text{ m}$, su cui sono distribuiti uniformemente $n = 4,9 \times 10^6$ elettroni. Trascura la forza peso. A un certo istante, l'elettrone è lasciato libero di muoversi. Calcola la distanza percorsa dall'elettrone in un tempo pari a $t = 2,0 \text{ ms}$, nell'approssimazione di un piano infinito di cariche. Dopo aver ottenuto il risultato, ritieni che l'approssimazione sia corretta?

Determino la densità superficiale del piano quadrato:

$$\sigma = \frac{nq_e}{L^2} = \frac{4,9 \times 10^6 \times 1,602 \times 10^{-19} \text{ C}}{(1,8 \text{ m})^2} = 2,42 \times 10^{-13} \frac{\text{C}}{\text{m}^2}$$

Determino ora l'accelerazione con cui si muove l'elettrone applicando il secondo principio della dinamica e ricordando che posso trascurare la forza peso:

$$F_e = m_e a, \text{ da cui:}$$

$$a = \frac{F_e}{m_e}$$

Sapendo che la forza elettrica può essere espressa in funzione del campo elettrico, che, nel caso di un piano infinito di carica nel vuoto, è pari a $E = \frac{|\sigma|}{2\epsilon_0}$, dunque:

$$E = \frac{F_e}{q}, \text{ da cui:}$$

$$F_e = Eq = \frac{|\sigma|}{2\epsilon_0} |q| \text{ (mettiamo il valore assoluto perché ci interessa il modulo)}$$

Posso riscrivere la relazione dell'accelerazione come:

$$a = \frac{F_e}{m_e} = \frac{|\sigma q_e|}{2\epsilon_0 m_e} = \frac{2,42 \times 10^{-13} \frac{\text{C}}{\text{m}^2} \times 1,602 \times 10^{-19} \text{ C}}{2 \times 8,854 \times 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{Nm}^2} \times 9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}} = 2,4 \times 10^9 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Determino ora la distanza percorsa dall'elettrone in $2,0 \text{ ms}$ applicando la legge oraria del moto uniformemente accelerato:

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

Imponendo $x_0 = 0$ e ricordando che la pallina parte da ferma ($v_0 = 0$):

$$x = \frac{1}{2} a t^2 = \frac{1}{2} \times 2,4 \times 10^9 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \times (2,0 \times 10^{-3} \text{ s})^2 = 4800 \text{ m} = 4,8 \text{ km}$$

Osservando il risultato posso affermare che l'approssimazione del piano infinito di carica non è molto accurata in quanto la distanza percorsa dall'elettrone è estremamente più grande rispetto alle dimensioni effettive del piano quadrato.