

Un giocatore lancia verticalmente una pallina. Nell'istante in cui raggiunge il punto più alto, 60 cm al di sopra del punto di partenza, ne lancia un'altra con la stessa velocità iniziale.

1. A quale altezza si incontrano le due palline?

2. Che velocità hanno al momento dell'incontro?

Impongo le condizioni di riferimento: origine nel punto di lancio, direzione verticale, verso dal basso all'alto e istante iniziale quello del lancio della seconda pallina.

Scrivo la legge oraria della prima pallina ricordando che, nell'istante iniziale, essa si trova alla sua altezza massima a velocità pari a zero:

$$h_1 = h_{0_1} + v_0 t - \frac{1}{2} g t^2 = h_{0_1} - \frac{1}{2} g t^2$$

E quella della seconda, ricordando che essa parte invece dall'origine:

$$h_2 = h_0 + v_0 t - \frac{1}{2} g t^2 = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$$

Determino la velocità iniziale con cui viene lanciata la seconda pallina sapendo che l'altezza massima raggiungibile è 60 centimetri. Ricavo il tempo dalla legge della velocità:

$v = v_0 - g t$, dato che alla quota massima la velocità è nulla:

$0 = v_0 - g t$, da cui:

$$t = \frac{v_0}{g}$$

Sostituisco ora nella legge oraria:

$$h_{max} = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2, \text{ ovvero:}$$

$$h_{max} = v_0 \frac{v_0}{g} - \frac{1}{2} g \left(\frac{v_0}{g} \right)^2 = \frac{1}{2} \frac{v_0^2}{g}, \text{ da cui:}$$

$$v_0 = \sqrt{2 g h_{max}} = \sqrt{2 \times 9,8 \frac{m}{s^2} \times 0,60 m} = 3,4 \frac{m}{s}$$

Quando le due palline si incontrano, esse assumono la medesima posizione. Pertanto, determino l'istante in cui ciò avviene eguagliando le due leggi orarie:

$$h_{0_1} - \frac{1}{2} g t^2 = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2, \text{ da cui:}$$

$$t = \frac{h_{0_1}}{v_0} = \frac{0,60 m}{3,4 \frac{m}{s}} = 0,18 s$$

Posso ora calcolare l'altezza a cui avviene l'incontro, sostituendo il valore appena trovato all'interno dell'equazione oraria di una delle due palline:

$$h_1 = h_{0_1} - \frac{1}{2}gt^2 = 0,60m - \frac{1}{2} \times 9,8 \frac{m}{s^2} \times (0,18s)^2 = 0,45m$$

Calcolo infine la velocità posseduta dalla prima pallina in questo istante applicando la legge della velocità:

$$v_1 = v_{0_1} - gt = 0 - 9,8 \frac{m}{s^2} \times 0,18s = -1,7 \frac{m}{s}$$

E quella della seconda pallina:

$$v_2 = v_{0_2} - gt = 3,4 \frac{m}{s} - 9,8 \frac{m}{s^2} \times 0,18s = 1,7 \frac{m}{s}$$