

Un guscio cilindrico di massa 1,7 kg rotola senza strisciare su una superficie piana. La sua energia cinetica è pari a 8,2 J.

1. Calcola la velocità del centro di massa del guscio cilindrico.
2. Determina l'energia cinetica associata alla rotazione.

So che il rotolamento è la combinazione di due moti simultanei: una rotazione e una traslazione. L'energia cinetica totale deve perciò tenerne conto e sarà quindi pari a:

$$K = K_{traslazione} + K_{rotazione} = \frac{1}{2}mv_{cm}^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$$

Sapendo che $v_{cm} = \omega r$ posso riscriverla come:

$$K = \frac{1}{2}m(\omega r)^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{2}(mr^2 + I)\omega^2$$

Sapendo che il momento di inerzia di un guscio cilindrico è dato da: $I = mr^2$, posso riscrivere la relazione come:

$$K = \frac{1}{2}(mr^2 + mr^2)\omega^2 = mr^2\omega^2 = mr^2\frac{v_{cm}^2}{r^2} = mv_{cm}^2, \text{ da cui:}$$

$$v_{cm} = \sqrt{\frac{K}{m}} = \sqrt{\frac{8,2J}{1,7kg}} = 2,2\frac{m}{s}$$

Determino ora l'energia cinetica di rotazione applicandone la definizione:

$$K_{rotazione} = \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{2}mr^2\frac{v_{cm}^2}{r^2} = \frac{1}{2}mv_{cm}^2 = \frac{1}{2} \times 1,7kg \times \left(2,2\frac{m}{s}\right)^2 = 4,1J$$

E' interessante notare che, nel caso di guscio sferico, energia cinetica di rotazione ed energia cinetica di traslazione hanno il medesimo valore.