

Un pallone viene lasciato cadere da una torre alta 40,5 m. Un secondo pallone viene lanciato da terra verso l'alto nello stesso istante di tempo. I due palloni si incontrano a metà altezza.
1. Calcola il modulo della velocità iniziale istantanea con cui viene lanciato il secondo pallone
2. Calcola il modulo della velocità istantanea del primo e del secondo pallone nell'istante in cui si incontrano

Impongo le condizioni del sistema di riferimento: origine nel punto di lancio del secondo pallone, direzione verticale e verso dal basso verso l'alto.

Scrivo la legge oraria della prima palla sapendo che viene lasciata cadere e ha quindi velocità iniziale nulla:

$$h_1 = h_{01} + v_{01}t - \frac{1}{2}gt^2 = h_{01} - \frac{1}{2}gt^2$$

Sapendo che i due oggetti si incontrano a metà altezza e sapendo che vengono lanciati nello stesso istante, posso determinare il tempo impiegato da entrambi per giungere a quella quota partendo dalla legge oraria appena scritta:

$$\frac{h_{tot}}{2} = h_{01} - \frac{1}{2}gt^2, \text{ da cui:}$$

$$t_{inc} = \sqrt{\frac{2h_{01} - h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \times 40,5m - 40,5m}{9,81 \frac{m}{s^2}}} = 2,03s$$

Posso dunque calcolare la velocità iniziale del secondo pallone sostituendo il valore appena trovato all'interno della sua equazione oraria:

$$\frac{h_{tot}}{2} = h_{02} + v_{02}t_{inc} - \frac{1}{2}gt_{inc}^2, \text{ da cui:}$$

$$v_{02} = \frac{\frac{h_{tot}}{2} - h_{02} + \frac{1}{2}gt_{inc}^2}{t_{inc}} = \frac{\frac{40,5m}{2} - 0 + \frac{1}{2} \times 9,81 \frac{m}{s^2} \times (2,03s)^2}{2,03s} = 19,9 \frac{m}{s^2}$$

Determino ora la velocità istantanea del primo pallone nell'istante in cui avviene l'incontro, applicando la legge della velocità:

$$v_1 = v_{01} - gt_{inc} = 0 - 9,81 \frac{m}{s^2} \times 2,03s = -19,9 \frac{m}{s}$$

(il segno “-“ indica che il pallone si sta muovendo verso il basso; il modulo è:

$$|v_1| = \left| -19,9 \frac{m}{s} \right| = 19,9 \frac{m}{s}$$

Analogamente, ricavo la velocità istantanea del secondo pallone:

$$v_2 = v_{02} - gt_{inc} = 19,9 \frac{m}{s} - 9,81 \frac{m}{s^2} \times 2,03s = 0 \frac{m}{s}$$