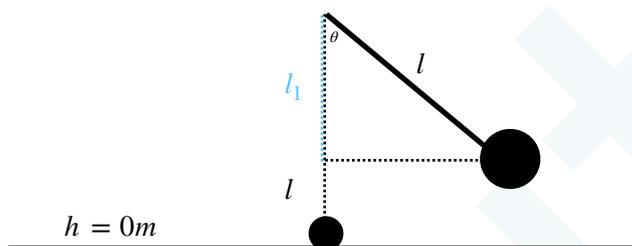


Un pendolo è formato da una sferetta di massa $M = 400 \text{ g}$ attaccata ad un filo lungo $l = 1,6 \text{ m}$. Una massa m di 200 g poggia in quiete su una superficie orizzontale priva di attrito. Il pendolo viene fatto partire da fermo con il filo inclinato che forma un angolo $\theta = 50^\circ$ con la verticale. Una volta che il pendolo viene lasciato libero di muoversi, la sferetta compie un urto completamente inelastico nel punto più basso della sua traiettoria con la massa m .

Determinare:

1. La velocità della sferetta prima dell'urto
2. L'energia meccanica persa dal pendolo a seguito dell'urto
3. L'altezza massima raggiunta dal pendolo dopo l'urto.

Rappresento graficamente la situazione:



Impongo la quota 0 sulla superficie orizzontale.

Determino la velocità della sferetta prima dell'urto applicando il principio di conservazione dell'energia meccanica sapendo che essa parte da ferma:

$$U_0 = E_{C_f}, \text{ da cui: } Mgh_0 = \frac{1}{2}Mv_f^2$$

Determino l'altezza iniziale per differenza:

$$h_0 = l - l_1 = l - l \cos \theta = l(1 - \cos \theta) = 1,6m(1 - \cos 50^\circ) = 0,57m$$

Ricavo ora la velocità prima dell'urto:

$$v_f = \sqrt{\frac{2Mgh_0}{M}} = \sqrt{2gh_0} = \sqrt{2 \times 9,8 \frac{m}{s^2} \times 0,57m} = 3,3 \frac{m}{s}$$

Sapendo che la sfera di massa m è ferma e che l'urto tra le due sfere è completamente anelastico, posso imporre la conservazione della quantità di moto e determinare la velocità dopo l'urto v_d :

$$Mv_f = (M + m)v_d, \text{ da cui:}$$

$$v_d = \frac{Mv_f}{M + m} = \frac{0,4kg \times 3,3 \frac{m}{s}}{0,4kg + 0,2kg} = 2,2 \frac{m}{s}$$

Posso dunque ora determinare l'energia meccanica dopo l'urto, sapendo che, anche in questo caso, ci troviamo a quota 0:

$$E_{M_d} = E_{C_d} = \frac{1}{2}(M + m)v_d^2$$

Dal testo so che $M = 2m$, perciò:

$$E_{M_d} = \frac{1}{2}(M + m)v_d^2 = \frac{3}{2}mv_d^2$$

Calcolo quindi l'energia persa con l'urto:

$$E_{M_f} - E_{M_d} = \frac{1}{2}Mv_f^2 - \frac{1}{2}(M + m)v_d^2 = \frac{1}{2}(Mv_f^2 - 3mv_d^2) = \frac{1}{2}(0,4kg \times (3,3\frac{m}{s})^2 - 3 \times 0,2kg \times (2,2\frac{m}{s})^2) = 0,74J$$

Determino infine l'altezza massima raggiunta dal pendolo dopo l'urto applicando nuovamente il principio di conservazione dell'energia meccanica:

$$U_f = E_{C_d}, \text{ da cui:}$$

$$(M + m)gh_f = \frac{1}{2}(M + m)v_d^2, \text{ ovvero:}$$

$$h_f = \frac{v_d^2}{2g} = \frac{(2,2\frac{m}{s})^2}{2 \times 9,8\frac{m}{s^2}} = 0,25m$$