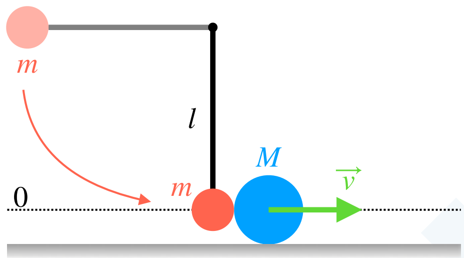
Un pendolo è formato da un'asticella rigida, di lunghezza l e massa trascurabile, e da una sferetta di massa m = 1,0 kg. Il pendolo viene lasciato libero di muoversi partendo dalla posizione θ = 90° rispetto alla verticale. Quando arriva alla posizione θ = 0°, la sferetta urta elasticamente contro una biglia di massa M = 2,13 kg posta in quiete su un piano orizzontale. La biglia comincia a muoversi con velocità v = 2,0 m/s. Calcola il valore della lunghezza l del pendolo.



So che la sferetta parte da ferma da un'altezza coincidente alla lunghezza dell'asticella, perciò possiede un'energia meccanica data da:

$$E_{m_0} = K_0 + U_0 = 0 + mgl$$

Quando arriva alla posizione θ = 0°, essa si trova a quota zero, perciò :

$$E_{m_f} = K_f + U_f = \frac{1}{2} m V_s^2 + 0$$

Impongo la conservazione dell'energia meccanica e ricavo la velocità con cui la sfera si muove prima dell'urto in funzione della lunghezza dell'asta:

$$E_{m_f} = E_{m_0}, \text{ ovvero:}$$

$$\frac{1}{2} m V_s^2 = mgl, \text{ da cui:}$$

$$V_s = \sqrt{2gl}, (1)$$

Scrivo ora la formula che esprime la velocità v della biglia dopo l'urto elastico:

$$v = \frac{2mV_s + (M - m)v_{b_0}}{m + M}, \text{ ricordando che la biglia è inizialmente in quiete, ho che:}$$

$$v = \frac{2mV_s}{m + M}, \text{ sostituendo la (1):}$$

$$v = \frac{2m\sqrt{2gl}}{m + M}, \text{ da cui ricavo che la lunghezza dell'asticella è pari a:}$$

$$l = \frac{v^2(m + M)^2}{8gm^2} = \frac{(2{,}0\frac{m}{s})^2 \times (1{,}0 + 2{,}13)^2 kg^2}{8 \times 9{,}8\frac{m}{s^2} \times (1{,}0kg)^2} = 0{,}50m$$