Un pianeta di massa m esegue un'orbita ellittica con semiasse maggiore a attorno a una stella di massa M, nel sistema di riferimento in cui essa è ferma. Si dimostra che in questo caso l'energia meccanica totale del sistema stella-pianeta è Etot = K + U = -G (mM) / (2a). Dimostra che questo risultato è coerente con quello trovato nella domanda precedente.

La domanda a cui fa riferimento il testo è la dimostrazione che puoi trovare a questo link (https://schout.it/2022/04/04/considera-un-satellite-di-massa-m-che/).
Qui si afferma che:

$$E_{tot} = -K = -\frac{1}{2}mv^2 \ (1)$$

Dallo studio dei moti so che la velocità si può esprimere come (generalizziamo i ragionamenti che faremmo se l'orbita fosse assimilabile a una circolare):

$$v = \frac{2\pi a}{T}, \text{elevando al quadrato: } v^2 = \frac{4\pi^2 a^2}{T^2} = \frac{4\pi^2}{T^2}a^2 \ (2)$$

Ricordo la relazione espressa dalla terza legge di Keplero:

$$\frac{a^3}{T^2} = \frac{GM}{4\pi^2}, \text{ da cui ottengo:}$$

$$\frac{4\pi^2}{T^2} = \frac{GM}{a^3} \ (3)$$

Sostituisco la (3) nella (2):

$$v^2 = \frac{GM}{a^3}a^2 = \frac{GM}{a} \ (4)$$

Sostituisco infine la (4) nella (1) e risulta che:

$$E_{tot} = -\frac{1}{2}m\frac{GM}{a} = -\frac{GmM}{2a}$$

Posso dunque affermare che vi è una coerenza di fondo tra le due equazioni.