

Un pianeta di massa $M_p = 2 \times 10^{28}$ kg si muove attorno a una stella di massa sconosciuta, su un'orbita il cui semiasse maggiore è $a = 9,0$ UA ($1 \text{ UA} = 1,5 \times 10^{11}$) m, con periodo $T=20$ anni. Trovare il raggio della stella, sapendo che l'intensità dell'accelerazione gravitazionale g_s sulla superficie della stella è 54 volte quella del nostro pianeta.

Converto il periodo T in secondi: $T = 20 \text{ anni} = 6,307 \times 10^8 \text{ s}$

So che la terza legge di Keplero sancisce la seguente relazione:

$$\frac{a^3}{T^2} = \frac{GM_s}{4\pi^2}$$

Dove a è il semiasse maggiore dell'orbita, T è il periodo di rivoluzione, G è la costante di gravitazione universale e M è la massa della stella attorno a cui gira il corpo da analizzare. Posso quindi esplicitare la massa della stella:

$$M_s = \frac{4a^3\pi^2}{GT^2}$$

Dalla teoria so che l'accelerazione di gravità di un corpo celeste è data da:

$$g_s = \frac{GM_s}{R_s^2}$$

Sapendo che $g_s = 54g_{\text{terra}}$, posso ricavare il raggio della stella:

$$R_s = \sqrt{\frac{GM_s}{g_s}} = \sqrt{\frac{G \frac{4a^3\pi^2}{GT^2}}{54g}} = \sqrt{\frac{4a^3\pi^2}{54gT^2}} = \sqrt{\frac{4(9,0 \times 1,5 \times 10^{11} \text{ m})^3 \pi^2}{54 \times 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \times (6,307 \times 10^8 \text{ s})^2}} = 6,8 \times 10^8 \text{ m}$$