

Un razzo di prova di 100 kg viene sparato da un cannone inclinato di 45° con una velocità iniziale di 80,0 m/s. Durante il moto parabolico, il razzo esplode spezzandosi in due frammenti. Un frammento di 70,0 kg viene rinvenuto a una distanza di 100 m dal cannone.

1. Quale traiettoria segue il centro di massa?
2. Dove si trova l'altro frammento?

Trovandomi in un moto parabolico, so che il centro di massa seguirà un moto rettilineo uniforme lungo l'orizzontale e un moto rettilineo uniformemente decelerato lungo la verticale. In particolare:

$$X_C = v_{0x}t = (v_0 \cos \alpha)t \quad (1)$$

$$Y_C = v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 = (v_0 \sin \alpha)t - \frac{1}{2}gt^2 \quad (2)$$

Esplicito il tempo t nella (1):

$$t = \frac{X_C}{v_0 \cos \alpha}$$

E lo sostituisco nella (2):

$$Y_C = v_0 \sin \alpha \frac{X_C}{v_0 \cos \alpha} - \frac{1}{2}g \left(\frac{X_C}{v_0 \cos \alpha} \right)^2 = X_C \tan \alpha - \frac{gX_C^2}{2v_0^2 \cos^2 \alpha}$$

Quando entrambi i frammenti cadono a terra, la posizione verticale del centro di massa è pari a zero, dunque:

$$Y_C = 0, \text{ da cui:}$$

$$X_C \tan \alpha - \frac{gX_C^2}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} = 0,$$

esplicitando X_C (sapendo che non può essere pari a zero posso semplificare):

$$X_C = \frac{2v_0^2 \tan \alpha \cos^2 \alpha}{g} = \frac{2v_0^2 \sin \alpha \cos \alpha}{g} = \frac{2 \times (80,0 \frac{m}{s})^2 \sin 45^\circ \cos 45^\circ}{9,81 \frac{m}{s^2}} = 652m$$

(non è altro che la formula della GITTATA!)

Determino ora la posizione del secondo frammento partendo dalla definizione di centro di massa:

$$X_C = \frac{m_1 X_1 + m_2 X_2}{m_1 + m_2}, \text{ da cui:}$$

$$X_2 = \frac{(m_1 + m_2)X_C - m_1 X_1}{m_2} = \frac{(70 + 30)kg \times 652m - 70kg \times 100m}{30kg} = 1940m \approx 1,9 \times 10^3 m$$