

Una biglia di massa 120 g si muove su un piano orizzontale senza attrito con velocità di 3,8 m/s lungo il verso positivo dell'asse x. A un certo istante, la biglia urta contro due biglie ferme una accanto all'altra, di massa rispettivamente 190 g e 80,0 g e si ferma. Dopo l'urto, la più pesante delle due biglie si muove con velocità di 2,4 m/s in una direzione che forma un angolo di 30° con il verso positivo dell'asse x. Determina:

1. L'angolo formato con la direzione positiva dell'asse x dal vettore velocità della terza biglia dopo l'urto;

2. Il vettore velocità della terza biglia dopo l'urto e il suo modulo.

Divido l'esercizio lungo gli assi.

Considero l'asse verticale e impongo la conservazione della quantità di moto:

$$p_{0y} = p_{fy}, \text{ ovvero:}$$

$$p_{01y} + p_{02y} + p_{03y} = p_{f1y} + p_{f2y} + p_{f3y}$$

sapendo che la biglia 1 si muove orizzontalmente e si ferma dopo l'urto, mentre le biglie 2 e 3 partono da uno stato di quiete, ho che:

$$0 = p_{f2y} + p_{f3y}, \text{ ovvero:}$$

$$p_{f3y} = -p_{f2y} = -m_2 v_2 \sin(30^\circ) = -0,190 \text{ kg} \times 2,4 \frac{\text{m}}{\text{s}} \sin(30^\circ) = -0,23 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Considero ora l'asse orizzontale e impongo la conservazione della quantità di moto:

$$p_{0x} = p_{fx}, \text{ ovvero:}$$

$$p_{01x} + p_{02x} + p_{03x} = p_{f1x} + p_{f2x} + p_{f3x}$$

sapendo che inizialmente le biglie 2 e 3 sono ferme, mentre dopo l'urto risulta ferma la biglia 1, ho che:

$$p_{01x} = p_{f2x} + p_{f3x}, \text{ ovvero:}$$

$$\begin{aligned} p_{f3x} &= p_{01x} - p_{f2x} = m_1 v_1 - m_2 v_2 \cos(30^\circ) = \\ &= 0,120 \text{ kg} \times 3,8 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 0,190 \text{ kg} \times 2,4 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cos(30^\circ) = 0,062 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{aligned}$$

So che la direzione della velocità coincide con quella della quantità di moto, pertanto determino l'angolo α che si forma tra p_{f3y} e p_{f3x} :

$$\alpha = \tan^{-1} \left(\frac{p_{f3y}}{p_{f3x}} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{-0,23 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0,062 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}} \right) = -75^\circ$$

Determino ora la componente orizzontale della velocità della terza biglia partendo dalla definizione di quantità di moto:

$$p_{f3x} = m_3 v_{3x}, \text{ da cui:}$$

$$v_{3x} = \frac{p_{f3x}}{m_3} = \frac{0,062 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0,0800 \text{ kg}} = 0,78 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Analogamente, calcolo la componente verticale:

$$v_{3y} = \frac{p_{f3y}}{m_3} = \frac{-0,23 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0,0800 \text{ kg}} = -2,9 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Dunque il modulo del vettore velocità relativo alla terza biglia è pari a (applico il teorema di Pitagora):

$$v_3 = \sqrt{v_{3x}^2 + v_{3y}^2} = \sqrt{0,78^2 + (-2,9)^2} \frac{\text{m}}{\text{s}} = 3,0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$