

Una cometa durante la sua orbita intorno al Sole passa nel punto di afelio, che si trova a 36 UA dal Sole, con la velocità di 0,90 km/s. La massa della cometa è $6,0 \times 10^{10}$ kg.

1. Calcola l'area spazzata dal suo raggio vettore in 1,0 s (1 UA = $1,50 \times 10^{11}$ m).
2. Quanto vale l'area spazzata al perielio sempre in 1,0 s?
3. Calcola il modulo del momento angolare della cometa rispetto al centro del Sole quando si trova nel punto di afelio.

So che posso assimilare l'area spazzata dal raggio vettore di un corpo celeste ad un triangolo che ha per base la distanza percorsa in un intervallo di tempo e per altezza il raggio vettore.

Perciò:

$$A_{afelio} = \frac{bh}{2} = \frac{\Delta x r}{2} = \frac{(v\Delta t)r}{2} = \frac{900 \frac{m}{s} \times 1,0s \times 36 \times 1,50 \times 10^{11}m}{2} = 2,43 \times 10^{15}m^2$$

La seconda legge di Keplero afferma che il raggio vettore che va dal Sole a un corpo celeste spazza aree uguali in tempi uguali, perciò anche in perielio, in 1,0 s, avremo la medesima area:

$$A_{perielio} = A_{afelio} = 2,43 \times 10^{15}m^2$$

Per determinare il momento angolare della cometa rispetto al centro del sole quando essa si trova nel punto di Afelio applico la definizione di momento angolare, ricordando che la velocità tangenziale forma un angolo di 90° con il raggio vettore e che la distanza da considerare è la somma tra il raggio vettore e il raggio del Sole (ci viene chiesto il momento angolare rispetto al CENTRO):

$$\begin{aligned} L &= dp \sin \alpha = (r + r_{sole})mv \sin 90^\circ = (r + r_{sole})mv = \\ &= (36 \times 1,5 \times 10^{11} + 6,96 \times 10^8)m \times 6,0 \times 10^{10}kg \times 900 \frac{m}{s} = 2,9 \times 10^{26}J \cdot s \end{aligned}$$