

Una molla verticale immagazzina 0,962 J di energia potenziale quando a essa viene appesa una massa di 3,50 kg.

1. Di quale fattore varia l'energia potenziale della molla se la massa appesa a essa viene raddoppiata?

2. Verifica la risposta alla domanda precedente calcolando l'energia potenziale della molla quando la massa appesa è di 7,0 kg.

Quando appendiamo una massa alla molla, quest'ultima si allunga fino a raggiungere un equilibrio, in cui forza peso e forza elastica si compensano:

$$F_{el} = F_p, \text{ ovvero: } kx = mg, \text{ da cui:}$$

$$x = m \frac{g}{k}, (1)$$

La relazione che ho appena scritto ci mostra come l'allungamento dipenda direttamente dalla massa. L'accelerazione gravitazionale e la costante elastica sono infatti delle costanti che, in quanto tali, non variano.

So che, per definizione, l'energia potenziale elastica si ottiene tramite la seguente formula:

$$U = \frac{1}{2} k x^2$$

Sostituendo la (1), ho che:

$$U = \frac{1}{2} k \left(m \frac{g}{k} \right)^2 = \frac{1}{2} \frac{m^2 g^2}{k}, (2)$$

Perciò, se la massa raddoppia $m_1 = 2m$, ho che:

$$U_1 = \frac{1}{2} \frac{m_1^2 g^2}{k} = \frac{1}{2} \frac{(2m)^2 g^2}{k} = 4 \times \frac{1}{2} \frac{m^2 g^2}{k} = 4U$$

Dunque, al raddoppiare della massa, l'energia potenziale della molla aumenta di un fattore 4.

Ricavo il valore della costante elastica dalla (2):

$$k = \frac{1}{2} \frac{m^2 g^2}{U} = \frac{1}{2} \times \frac{(3,50 \text{ kg})^2 \times (9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})^2}{0,962 \text{ J}} = 611 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

Determino ora il valore dell'energia potenziale quando raddoppia la massa:

$$U_1 = \frac{1}{2} \frac{m_1^2 g^2}{k} = \frac{1}{2} \times \frac{(7,0 \text{ kg})^2 \times (9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})^2}{611 \frac{\text{N}}{\text{m}}} = 3,85 \text{ J}$$

Il risultato appena trovato ci permette di verificare che l'energia potenziale della molla quadruplica se la massa raddoppia.