Una slitta scivola senza attrito da una piccola collina coperta di neve gelata. Se la slitta parte da ferma dalla cima della collina, la sua velocità alla base della collina è 7,50 m/s.

1. Se in una seconda corsa la slitta parte dalla cima con una velocità iniziale di 1,50 m/s, quando raggiunge la base la sua velocità è uguale a 9,00 m/s, maggiore di 9,00 m/s o minore di 9,00 m/s? Giustifica la risposta.
2. Calcola la velocità della slitta alla base della collina nella seconda corsa.
3. Qual è l'altezza della collina?

Per il principio di conservazione dell'energia meccanica so che:

$$E_{M_0} = E_{M_f}, \text{ ovvero: } U_0 + E_{C_0} = U_f + E_{C_f}$$

Nel primo caso la slitta parte da ferma ($E_{C_0} = 0$) e arriva alla base della collina ($U_f = 0$). Dunque:

$$U_0 = E_{C_f}, \text{ da cui: } mgh = \frac{1}{2}mv_{f_1}^2$$

Semplificando la massa:

$$gh = \frac{1}{2}v_{f_1}^2 \quad (1)$$

Analizzo ora la seconda corsa:

$$mgh + \frac{1}{2}mv_{0_2}^2 = \frac{1}{2}mv_{f_2}^2$$

Semplificando la massa e sostituendo la (1), ottengo che:

$$\frac{1}{2}v_{f_1}^2 + \frac{1}{2}v_{0_2}^2 = \frac{1}{2}v_{f_2}^2, \text{ da cui:}$$

$$v_{f_2} = \sqrt{v_{f_1}^2 + v_{0_2}^2}$$

Posso dunque affermare che quando la slitta raggiunge la base avrà una velocità maggiore rispetto alla prima corsa, ma minore di 9,00 m/s.

In particolare:

$$v_{f_2} = \sqrt{v_{f_1}^2 + v_{0_2}^2} = \sqrt{\left(7,50 \frac{m}{s}\right)^2 + \left(1,50 \frac{m}{s}\right)^2} = 7,65 \frac{m}{s}$$

Dalla relazione (1) posso anche determinare il valore dell'altezza della collina:

$$h = \frac{v_{f_1}^2}{2g} = \frac{\left(7,50 \frac{m}{s}\right)^2}{2 \times 9,8 \frac{m}{s^2}} = 2,87m$$