

Un'automobile a metano ha un serbatoio da 85,0 L che riesce a contenere 14,0 kg di gas metano CH₄ a una pressione di 220 x 10⁵ Pa.

1. Calcola la temperatura con l'equazione di stato dei gas perfetti.
2. Calcola la temperatura con l'equazione di van der Waals.

Determino la massa molecolare del metano:

$$MM_{CH_4} = MM_C + 4MM_H = 12u + 4 \times 1u = 16u, \text{ che in chili corrisponde a:}$$

$$m_{kg} = MM_{CH_4} \times 1,6605 \times 10^{-27} kg = 16u \times 1,6605 \times 10^{-27} kg = 2,66 \times 10^{-26} kg$$

Determino il numero di molecole di metano presenti nel serbatoio facendo il rapporto tra la massa totale e la massa della singola molecola:

$$N = \frac{m_{tot}}{m_{kg}} = \frac{14,0 kg}{2,66 \times 10^{-26} kg} = 5,26 \times 10^{26}$$

Calcolo ora il numero di moli tenendo conto del numero di Avogadro:

$$n = \frac{N}{N_A} = \frac{5,26 \times 10^{26}}{6,02 \times 10^{23} mol^{-1}} = 8,74 \times 10^2 mol$$

Posso dunque applicare l'equazione di stato dei gas perfetti per ottenere il valore della temperatura:

$$pV = nRT, \text{ da cui:}$$

$$T = \frac{pV}{nR} = \frac{220 \times 10^5 Pa \times 85,0 \times 10^{-3} m^3}{8,74 \times 10^2 mol \times 8,3145 \frac{J}{mol \cdot K}} = 257K$$

Riapplico il medesimo ragionamento, ma utilizzando l'equazione di stato di van Der Waals:

$$\left(p + \frac{a}{V_s^2} \right) (V_s - b) = \frac{R}{M_{CH_4}} T,$$

dove il volume specifico è dato da $\frac{V}{m_{CH_4}}$ e M_{CH_4} è la massa molare:

$$\left(p + \frac{m_{CH_4}^2 a}{V^2} \right) \left(\frac{V}{m_{CH_4}} - b \right) = \frac{R}{M_{CH_4}} T, \text{ da cui:}$$

$$T = \frac{M_{CH_4}}{R} \left(p + \frac{m_{CH_4}^2 a}{V^2} \right) \left(\frac{V}{m_{CH_4}} - b \right) =$$

$$= \frac{16 \times 10^{-3} \frac{kg}{mol}}{8,3145 \frac{J}{mol \cdot K}} \times \left(220 \times 10^5 Pa + \frac{(14,0 kg)^2 \times 8,877 \times 10^2 \frac{m^5}{kg \cdot s^2}}{(85,0 \times 10^{-3} m^3)^2} \right) \times \left(\frac{85,0 \times 10^{-3} m^3}{14,0 kg} - 26,7 \times 10^{-4} \frac{m^3}{kg} \right) =$$

$$= 302K$$