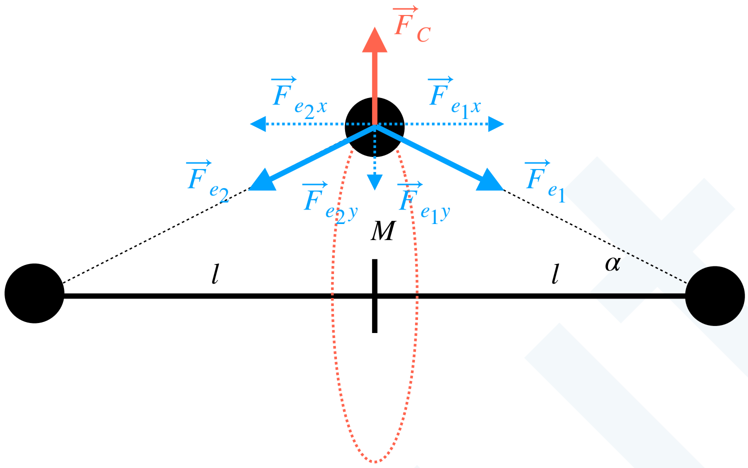
Due cariche identiche q = 5,0 x 10^-6 C si trovano, nel vuoto, in due punti A e B, a distanza 2l = 12 cm. Come è mostrato nella figura, una sferrata di massa m = 9,0 mg e di carica negativa q' = - 4,0 x 10^-6 C compie un moto circolare uniforme, attorno al segmento AB, in un piano perpendicolare ad AB e passante per il suo punto medio M. La frequenza del moto è f = 1,0 kHz. Trascura la forza-peso.

1. **Calcola la forza totale esercitata dalle cariche positive sulla carica negativa.**
2. **Calcola il modulo della velocità della sferetta.**



La terza sfera ruota di moto circolare uniforme: ciò significa che la risultante delle forze che agiscono su di essa deve essere pari a zero. Dunque:

$$\vec{F}_{e_1} + \vec{F}_{e_2} + \vec{F}_C = 0$$

Scomponendo lungo gli assi abbiamo che:

$$\vec{F}_{e_1x} + \vec{F}_{e_2x} + \vec{F}_{Cx} = 0, \text{da cui: } F_{e_1x} - F_{e_2x} + 0 = 0$$

Dal momento che le due cariche in A e B sono identiche e sono poste alla medesima distanza da q', le loro componenti orizzontali sono uguali in modulo, ma di verso opposto, pertanto si eliminano a vicenda.
Per quanto riguarda l'asse verticale, invece, abbiamo che:

$$F_{e_1y} + F_{e_2y} = F_C \ (1)$$

In questo caso le due forze elettriche hanno ugual modulo e ugual verso, dunque:

$$F_{e_1y} = F_{e_2y} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq'}{d^2} \sin\alpha$$

Sia R il raggio della circonferenza percorsa da q'; determino la distanza d applicando il teorema di Pitagora:

$$d^2 = R^2 + l^2$$

Determino ora il seno dell'angolo α applicando i teoremi dei triangoli rettangoli:

$$\sin\alpha = \frac{catetoopposto}{ipotenusa} = \frac{R}{d} = \frac{R}{\sqrt{R^2+l^2}}$$

Fatte queste considerazioni e sapendo che la forza centripeta è data da:

$$F_C = ma_C = m\omega^2 R = m(2\pi f)^2 R$$

Posso riscrivere la relazione (1) come:

$$2 \times \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{qq'}{R^2+l^2}\frac{R}{\sqrt{R^2+l^2}} = m(2\pi f)^2 R, \text{ da cui ricavo che il raggio vale:}$$

$$R = \sqrt{\sqrt[3]{\left(\frac{qq'}{8\pi^3\epsilon_0 f^2 m}\right)^2} - l^2} = \sqrt{\sqrt[3]{\left(\frac{5{,}0\times10^{-6}C\times4{,}0\times10^{-6}C}{8\pi^3\times8{,}854\frac{C^2}{Nm^2}\times10^{-12}\times(10^3Hz)^2\times9{,}0\times10^{-6}kg}\right)^2} - (0{,}06m)^2} = 0{,}08m$$

Dal momento che orizzontalmente le forze elettriche si compensano, calcolo la forza totale esercitata dalle cariche positive sulla carica negativa, rifacendomi alla relazione dell'asse verticale, la (1), e ricordando perciò che la forza totale è pari in modulo alla forza centrifuga:

$$F_{tot} = F_C = m(2\pi f)^2 R = 9{,}0\times10^{-6}kg\times(2\pi\times10^3Hz)^2\times0{,}08m = 28N$$

Applico ora le leggi relative al moto circolare uniforme e ricavo la velocità lineare della sfera caricata negativamente:

$$v = \omega R = 2\pi f R = 2\pi\times10^3Hz\times0{,}08m = 503\frac{m}{s}$$