Attorno a una stella di massa M = 8,72 x 10^29 kg un pianeta di massa m = 2,86 x 10^22 kg descrive un'orbita ellittica con asse maggiore di 3,50 x 10^8 km. Calcola la distanza del pianeta dalla sua stella quando il modulo della sua velocità è pari a v = 6,40 x 10^4 m/s.

Essendo in un'orbita ellittica, l'energia totale del sistema è data dalla seguente formula:

$$E_{tot} = -G\frac{mM}{2a}$$

(v. https://schout.it/2022/04/04/un-pianeta-di-massa-m-esegue/)

Posso dunque esprimere l'energia cinetica come:

$$K = E_{tot} - U, \text{ in esteso:}$$

$$\frac{1}{2}mv^2 = -G\frac{mM}{2a} + G\frac{mM}{r}, \text{ da cui (tolgo i denominatori):}$$

$$v^2ar = -GMr + 2aGM, \text{ esplicitando rispetto a } r\text{:}$$

$$r = \frac{2aGM}{v^2a + GM} =$$

$$= \frac{2 \times 3{,}50 \times 10^{11}m \times 6{,}67 \times 10^{-11}\frac{Nm^2}{kg^2} \times 8{,}72 \times 10^{29}kg}{\left(6{,}40 \times 10^4\frac{m}{s}\right)^2 \times 3{,}50 \times 10^{11}m + 6{,}67 \times 10^{-11}\frac{Nm^2}{kg^2} \times 8{,}72 \times 10^{29}kg} = 2{,}73 \times 10^{10}m$$

Dunque, nell'istante descritto dal quesito, il pianeta si trova a una distanza $r = 2{,}73 \times 10^{10}m$