Callisto, satellite di Giove (M = 1,90 x 10^27 kg), ha una massa di 1,076 x 10^23 kg. Calcola la velocità di Callisto e la sua distanza dal pianeta quando l'energia totale del sistema Callisto-Giove vale -3,62 x 10^30 J.

E' possibile dimostrare che l'energia meccanica totale è pari all'opposto dell'energia cinetica (v. https://schout.it/2022/04/04/considera-un-satellite-di-massa-m-che/), dunque:

$$E_{tot} = -K, \text{ da cui: } K = -E_{tot} = -(-3{,}62 \times 10^{30} J) = 3{,}62 \times 10^{30} J$$

Conoscendo il valore dell'energia cinetica posso ora determinare la velocità di Callisto:

$$K = \frac{1}{2} m_C v_C^2, \text{ da cui:}$$

$$v_C = \sqrt{\frac{2K}{m_C}} = \sqrt{\frac{2 \times 3{,}62 \times 10^{30} J}{1{,}076 \times 10^{23} kg}} = 8{,}20 \times 10^3 \frac{m}{s}$$

E' anche possibile dimostrare che che l'energia potenziale è pari all'opposto del doppio dell'energia cinetica (v. https://schout.it/2022/04/04/considera-un-satellite-di-massa-m-che/), quindi:

$$U = -2K = -2 \times 3{,}62 \times 10^{30} J = -7{,}24 \times 10^{30} J$$

So che l'energia potenziale gravitazionale può essere anche espressa in funzione della massa del satellite tramite la seguente formula:

$$U = -G \frac{m_C M_G}{r}, \text{ da cui:}$$

$$r = -G \frac{m_C M_G}{U} = -6{,}67 \times 10^{-11} \frac{Nm^2}{kg^2} \times \frac{1{,}076 \times 10^{23} kg \times 1{,}90 \times 10^{27} kg}{-7{,}24 \times 10^{30} J} = 1{,}88 \times 10^9 m$$