

Il semiasse maggiore dell'orbita della Terra è $a = 1,496 \times 10^{11} \text{ m}$ e la sua eccentricità è $e = 0,01671$.

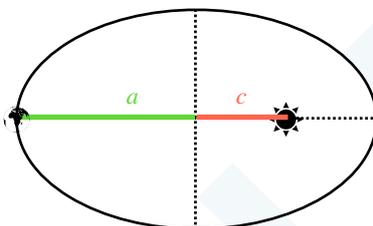
1. Determina la semidistanza focale c , la distanza Terra-Sole in afelio r_a e quella in perielio r_p
2. Calcola il valore del semiasse minore b ;
3. Determina la velocità della Terra nel punto di perielio.
4. Verifica se i valori trovati sono coerenti con quelli riportati nel testo.

Determino la semidistanza focale partendo dalla definizione di eccentricità:

$$e = \frac{c}{a}, \text{ da cui:}$$

$$c = ea = 1,496 \times 10^{11} \text{ m} \times 0,01671 = 2,5 \times 10^9 \text{ m}$$

Rappresento graficamente l'orbita per semplificare la spiegazione del ragionamento:



Posso notare come la distanza Terra-Sole in afelio sia data da:

$$r_a = a + c = 1,496 \times 10^{11} \text{ m} + 2,5 \times 10^9 \text{ m} = 1,521 \times 10^{11} \text{ m}$$

Determino ora la distanza in perielio per differenza tra l'asse maggiore e la distanza in afelio:

$$r_b = 2a - r_a = (2 \times 1,496 - 1,521) \times 10^{11} \text{ m} = 1,471 \times 10^{11} \text{ m}$$

Conoscendo i valori della semidistanza focale e del semiasse maggiore, posso calcolare il semiasse minore b applicando le formule che derivano dall'equazione dell'ellisse:

$$a^2 - b^2 = c^2, \text{ da cui:}$$

$$b = \sqrt{a^2 - c^2} = \sqrt{(1,496 \times 10^{11} \text{ m})^2 - (2,5 \times 10^9 \text{ m})^2} = 1,4958 \times 10^{11} \text{ m} \approx 1,496 \times 10^{11} \text{ m}$$

Possiamo notare che esso è praticamente uguale al valore del semiasse maggiore. Siamo dunque in presenza di un'orbita quasi circolare, fatto testimoniato anche dalla tendenza a zero dell'eccentricità.

So che è possibile dimostrare che il modulo del momento angolare di un pianeta di massa M_T che ruota attorno al Sole su un'orbita di semiasse maggiore a ed eccentricità e è dato dalla seguente formula:

$$L = M_T \sqrt{\frac{GM_S}{a}} b$$

Sapendo che in perielio esso è anche, per definizione, uguale a:

$$L = r_p p_p \sin(90^\circ) = r_p M_T v_p$$

Posso scrivere che:

$$r_p M_T v_p = M_T \sqrt{\frac{GM_S}{a}} b, \text{ da cui:}$$

$$v_p = \sqrt{\frac{GM_S}{a}} \frac{b}{r_p} = \sqrt{\frac{6,67 \times 10^{-11} \frac{Nm^2}{kg^2} \times 2 \times 10^{30} kg}{1,496 \times 10^{11} m}} \times \frac{1,496 \times 10^{11} m}{1,471 \times 10^{11} m} = 3,037 \times 10^4 \frac{m}{s}$$

Confrontando i valori trovati con quelli riportati nel testo posso affermare che essi sono coerenti.