

La distanza media tra la Terra e la Luna è pari a $3,84 \times 10^5$ km. Sapendo che la massa della terra è pari a $5,972 \times 10^{24}$ kg e la massa della luna è pari a $7,35 \times 10^{22}$ kg, in quale punto il campo gravitazionale complessivo generato dai due corpi sarà nullo?

Scrivo la formula generale per determinare il campo gravitazionale:

$$g = G \frac{M}{d^2}$$

Il campo gravitazionale complessivo generato dai due corpi è dato dalla differenza tra i singoli campo in quanto la forza gravitazionale è sempre di tipo attrattivo:

$$g_{tot} = g_T - g_L = G \left(\frac{M_T}{d_T^2} - \frac{M_L}{d_L^2} \right)$$

Impongo che esso sia nullo:

$$G \left(\frac{M_T}{d_T^2} - \frac{M_L}{d_L^2} \right) = 0, \text{ da cui: } \frac{M_T}{d_T^2} = \frac{M_L}{d_L^2}$$

Sia x la distanza del punto dalla Terra (il punto è compreso tra la Terra e la Luna); avrò che:

$$d_T = x \text{ e } d_L = d - x = 3,84 \times 10^8 m - x$$

Perciò posso riscrivere la relazione precedente come:

$$\frac{M_T}{x^2} = \frac{M_L}{(d-x)^2}, \text{ risolvendo tramite opportuni passaggi matematici ottengo:}$$

$$(M_T - M_L)x^2 - 2M_T dx + M_T d^2 = 0, \text{ sostituendo i valori numerici (non trascrivo le unità di misura per non appesantire la scrittura):}$$

$$(5,972 \times 10^{24} - 7,35 \times 10^{22})x^2 - 2 \times 5,972 \times 10^{24} \times 3,84 \times 10^8 x + 5,972 \times 10^{24} \times (3,84 \times 10^8)^2 = 0$$

ovvero:

$$5,90 \times 10^{24} x^2 - 4,59 \times 10^{33} x + 8,81 \times 10^{41} = 0, \text{ risolvendo l'equazione ottengo:}$$

$$x = 4,34 \times 10^8 m \text{ (non accettabile in quanto superiore alla distanza Terra-Luna)}$$
$$x = 3,44 \times 10^8 m = 34,4 \times 10^4 km$$

Dunque il campo gravitazionale complessivo generato dai due corpi sarà nullo nel punto che dista $34,4 \times 10^4 km$ dalla Terra.