

Le armature di un condensatore a facce piane parallele hanno un'area di 405 cm^2 e sono separate da uno spazio pieno d'aria spesso $2,25 \text{ mm}$. Il condensatore è caricato da una batteria da 575 V che, al termine della carica, viene scollegata.

1. Quanta energia è accumulata nel condensatore?
2. Se la distanza tra le armature fosse raddoppiata, cioè fosse $4,50 \text{ mm}$, a parità di carica quanta energia sarebbe accumulata nel condensatore?
3. Quale sarebbe il lavoro necessario per aumentare la distanza tra le armature da $2,25 \text{ mm}$ a $4,50 \text{ mm}$?

Determino la capacità del condensatore applicando l'apposita formula:

$$C = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{A}{d} = 8,854 \times 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{Nm}^2} \times 1,00059 \times \frac{405 \times 10^{-4} \text{m}^2}{2,25 \times 10^{-3} \text{m}} = 1,59 \times 10^{-10} \text{F}$$

Ora che ho tutte le grandezze necessarie, calcolo l'energia accumulata nel condensatore applicando la definizione:

$$U = \frac{1}{2} C (\Delta V)^2 = \frac{1}{2} \times 1,59 \times 10^{-10} \text{F} \times (575 \text{V})^2 = 2,63 \times 10^{-5} \text{J}$$

Qualora la distanza tra le armature fosse raddoppiata, avremmo una capacità dimezzata:

$$C_2 = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{A}{2d} = \frac{C}{2} = 0,8 \times 10^{-10} \text{F} \quad (1)$$

Dal momento che la carica deve rimanere costante ($Q = C\Delta V$), la tensione dovrà valere:

$C_1 \Delta V_1 = C_2 \Delta V_2$, sostituendo la (1) ed esplicitando rispetto a ΔV_2 ottengo:

$$\Delta V_2 = 2\Delta V_1$$

Perciò l'energia accumulata in questo caso è pari a:

$$\begin{aligned} U_2 &= \frac{1}{2} C_2 (\Delta V_2)^2 = \frac{1}{2} \frac{C_1}{2} (2\Delta V_1)^2 = \frac{1}{2} \frac{C_1}{2} 4(\Delta V_1)^2 = \\ &= 2 \left(\frac{1}{2} C_1 (\Delta V_1)^2 \right) = 2U_1 = 2 \times 2,63 \times 10^{-5} \text{J} = 5,26 \times 10^{-5} \text{J} \end{aligned}$$

La variazione di energia corrisponde al lavoro necessario per aumentare la distanza tra le armature (è come se fornissi l'energia per effettuare questo spostamento), perciò:

$$L = 5,26 \times 10^{-5} \text{J} - 2,63 \times 10^{-5} \text{J} = 2,63 \times 10^{-5} \text{J}$$