Mercurio dista 46,0 x 10^6 km dal Sole in perielio, e 69,8 x 10^6 km in afelio. La velocità massima che raggiunge è 59,0 km/s.

1. **Qual è la velocità minima di Mercurio? Dove la raggiunge?**
2. **Quanto vale il momento angolare di Mercurio nel punto C indicato nella figura?**
3. **Si può calcolare la velocità in C conoscendo la distanza dal Sole in quel punto?**

Avendo studiato la seconda legge di Keplero so che, come conseguenza, la velocità di un pianeta attorno al Sole è massima in perielio e minima in afelio in quanto i raggi-vettori che uniscono i due corpi spazzano aree uguali in tempi uguali.
Sapendo che la legge appena citata è una conseguenza della legge di conservazione del momento angolare, eguaglio il momento angolare di Mercurio rispetto al Sole all'afelio e al perielio (ricordo che p è la quantità di moto e che l'angolo tra raggio e quantità di moto è di 90° e quindi $\sin 90° = 1$):

$$L_a = L_p, \text{ da cui: } r_a p_a = r_p p_p, \text{ ovvero:}$$

$$M_M r_a v_a = M_M r_p v_p, \text{ semplificando ottengo che la velocità minima in afelio è pari a:}$$

$$v_a = \frac{r_p}{r_a} v_p = \frac{46{,}0 \times 10^9 m}{69{,}8 \times 10^9 m} \times 59{,}0 \times 10^3 \frac{m}{s} = 3{,}89 \times 10^4 \frac{m}{s}$$

Da questa relazione posso avere un ulteriore conferma del fatto che la velocità minima si abbia in afelio in quanto ottengo che il rapporto tra le due velocità è dato da:

$$\frac{v_a}{v_p} = \frac{r_p}{r_a} = \frac{46{,}0 \times 10^9 m}{69{,}8 \times 10^9 m} = 0{,}659$$

Essendo il rapporto minore di 1, significa che il numeratore è minore del denominatore e dunque la velocità è massima in perielio e minima in afelio.

Avendo specificato in precedenza che vale la legge di conservazione del momento angolare, posso affermare che esso è il medesimo sia nel punto C che in afelio:

$$L_C = L_a = M_M r_a v_a = 3{,}3 \times 10^{23} kg \times 69{,}8 \times 10^9 m \times 3{,}89 \times 10^4 \frac{m}{s} = 8{,}96 \times 10^{38} kg \frac{m}{s^2}$$

Se conoscessi la distanza del punto C dal Sole non potrei però determinare la velocità di Mercurio in quel punto. Necessiteremmo infatti anche dell'angolo che si forma tra il raggio vettore e la quantità di moto (o la velocità) in quanto esso non è più di 90° come in afelio e perielio.
In formule:

$$L_C = r_C p_C \sin\alpha = r_C M_M v_C \sin\alpha, \text{ da cui:}$$

$$v_C = \frac{L_C}{r_C M_M \sin\alpha}$$

proprietà esclusiva di MZ PLUS S.R.L.S,
Trescore Balneario (BG) via Paglia 19/D P.IVA 04537560163