

Un protone ha una velocità iniziale di $4,0 \times 10^5$ m/s.

1. Quale differenza di potenziale è necessaria per fermarlo?
2. Quale differenza di potenziale è necessaria per ridurre la velocità iniziale del protone di un fattore 2?
3. Quale differenza di potenziale è necessaria per ridurre l'energia cinetica iniziale del protone di un fattore 2?

So che l'energia totale di una carica elettrica si conserva, perciò:

$$K_f + U_f = K_0 + U_0, \text{ ovvero: } K_f - K_0 = U_0 - U_f,$$

$$\Delta K = -\Delta U$$

Sapendo che vi è una relazione che lega la variazione di potenziale e di energia potenziale:

$$\Delta U = q\Delta V, \text{ da cui: } -\Delta U = -q\Delta V$$

Posso riscrivere la precedente relazione come:

$$\frac{1}{2}m(v_f^2 - v_0^2) = -q\Delta V, \text{ ovvero:}$$

$$\Delta V = \frac{m(v_f^2 - v_0^2)}{-2q}$$

Nel primo caso $v_f = 0$, dunque:

$$\Delta V_1 = \frac{m(0 - v_0^2)}{-2q} = \frac{1,67 \times 10^{-27} \text{ kg} \times \left(-\left(4,0 \times 10^5 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 \right)}{-2 \times 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}} = 8,4 \times 10^2 \text{ V} = 0,84 \text{ kV}$$

Nel secondo caso $v_f = \frac{1}{2}v_0$, dunque:

$$\Delta V_2 = \frac{m\left(\left(\frac{1}{2}v_0\right)^2 - v_0^2\right)}{-2q} = \frac{m\left(-\frac{3}{4}v_0^2\right)}{-2q} = \frac{3}{4} \frac{m(-v_0^2)}{-2q} = \frac{3}{4} \Delta V_1 = \frac{3}{4} \times 0,84 \text{ kV} = 0,63 \text{ kV}$$

Nel terzo caso:

$$K_f = \frac{1}{2}K_0, \text{ ovvero: } \frac{1}{2}mv_f^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}mv_0^2\right), \text{ da cui: } v_f^2 = \frac{1}{2}v_0^2$$

Dunque:

$$\Delta V_3 = \frac{m\left(\frac{1}{2}v_0^2 - v_0^2\right)}{-2q} = \frac{m\left(-\frac{1}{2}v_0^2\right)}{-2q} = \frac{1}{2} \frac{m(-v_0^2)}{-2q} = \frac{1}{2} \Delta V_1 = \frac{1}{2} \times 0,84 \text{ kV} = 0,42 \text{ kV}$$