Un satellite di massa 9,8 x 10^3 kg percorre un'orbita circolare a un'altezza di 480 km rispetto alla superficie terrestre, ma lo si deve portare su un'orbita circolare, alla quota di 910 km rispetto al suolo. Calcola quanta energia serve per portare a termine questa operazione. Considera costante la massa del satellite.

Per la risoluzione di questo esercizio mi rifaccio a delle formule particolari che sono state dimostrate nei seguenti esercizi:

$$E_{tot} = -K \text{ e } U = -2K$$

trovi le dimostrazioni su https://schout.it/2022/04/04/considera-un-satellite-di-massa-m-che/

$$E_{tot} = -\frac{GmM}{2a}$$

trovi la dimostrazione su https://schout.it/2022/04/04/un-pianeta-di-massa-m-esegue/

RISOLUZIONE:
Determino innanzitutto le energie potenziali iniziali e finali del satellite applicando la formula classica:

$$U_f = -G\frac{mM_T}{r_T + h_f} = -6{,}67 \times 10^{-11}\frac{Nm^2}{kg^2} \times \frac{9{,}8 \times 10^3 kg \times 5{,}972 \times 10^{24} kg}{(6371 + 910) \times 10^3 m} = -5{,}36 \times 10^{11} J$$

$$U_0 = -G\frac{mM_T}{r_T + h_0} = -6{,}67 \times 10^{-11}\frac{Nm^2}{kg^2} \times \frac{9{,}8 \times 10^3 kg \times 5{,}972 \times 10^{24} kg}{(6371 + 480) \times 10^3 m} = -5{,}69 \times 10^{11} J$$

Sapendo che:

$$U = -2K, \text{ da cui: } K = -\frac{U}{2}$$

Posso calcolare l'energia cinetica iniziale e finale:

$$K_0 = -\frac{U_0}{2} = -\frac{-5{,}69 \times 10^{11} J}{2} = 2{,}85 \times 10^{11} J$$

$$K_f = -\frac{U_f}{2} = -\frac{-5{,}36 \times 10^{11} J}{2} = 2{,}68 \times 10^{11} J$$

In alternativa posso determinare la velocità del satellite in base alla distanza dal centro della Terra $\left(v = \sqrt{\frac{GM_T}{r_T + h}} \right)$ e calcolare poi l'energia cinetica applicando la definizione.

Dunque, per il teorema dell'energia cinetica, per spostare il satellite verso un'orbita di raggio superiore viene effettuato un lavoro di:

$$W = \Delta K = K_f - K_0 = (2{,}68 - 2{,}85) \times 10^{11} J = -1{,}7 \times 10^{10} J$$

Ciò significa che serve un totale di $1{,}7 \times 10^{10} J$ die energia per portare a termine questa operazione.