

Un satellite di massa  $m = 1,00 \times 10^3 \text{ kg}$ , viene condotto da un'altitudine  $h_A = 1,00 \times 10^6 \text{ m}$  dalla superficie terrestre a un'altitudine  $h_B = 8,00 \times 10^4 \text{ m}$ , perché si disintegri nell'atmosfera.

1. Quale lavoro compie la forza gravitazionale della terra sul satellite?
2. Si ottiene una risposta accettabile, se si approssima la forza gravitazionale con la forza-peso a cui sarebbe sottoposto il satellite sul suolo terrestre?

Sapendo che, in generale, l'energia potenziale gravitazionale di un satellite rispetto alla Terra è data dalla seguente formula:

$$U = -G \frac{mM_T}{r}$$

Posso scrivere la variazione di energia potenziale gravitazionale come:

$$\begin{aligned}\Delta U &= U_f - U_0 = -G \frac{mM_T}{r_T + h_B} - \left( -G \frac{mM_T}{r_T + h_A} \right) = -GmM_T \left( \frac{1}{r_T + h_B} - \frac{1}{r_T + h_A} \right) \\ &= -6,67 \times 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2} \times 1,0 \times 10^3 \text{kg} \times 5,972 \times 10^{24} \text{kg} \times \left( \frac{1}{(6371 + 80) \times 10^3 \text{m}} - \frac{1}{(6371 + 1000) \times 10^3 \text{m}} \right) = \\ &= -7,71 \times 10^9 \text{J}\end{aligned}$$

Sapendo che il lavoro è opposto alla variazione di energia potenziale, ho che:

$$W = -\Delta U = -(-7,71 \times 10^9 \text{J}) = 7,71 \times 10^9 \text{J}$$

Se approssimassi la forza gravitazionale con la forza-peso che agisce sul satellite a Terra avrei che:

$$\Delta U = mg\Delta h = 1,0 \times 10^3 \text{kg} \times 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \times (80 - 1000) \times 10^3 \text{m} = -9,02 \times 10^8 \text{J}$$

Questa approssimazione non è dunque accettabile, in quanto le altezze a cui si trova il satellite (specialmente quella iniziale) sono confrontabili con il raggio terrestre.