Un palloncino gonfiato con elio contiene N molecole di massa 6,64 x 10^-27 kg alla temperatura di 293 K. Calcola la percentuale di molecole di elio che hanno velocità compresa tra i 1000 m/s e i 1008 m/s

Determino le ordinate della curva di Maxwell in corrispondenza dei due valori di velocità che mi vengono assegnati. Per $v_1 = 1000\frac{m}{s}$:

$$y_1 = \frac{4N}{\sqrt{\pi}}\left(\frac{m}{2k_bT}\right)^{\frac{3}{2}} v_1^2 e^{-\frac{mv_1^2}{2k_bT}} =$$

$$= \frac{4N}{\sqrt{\pi}} \times \left(\frac{6{,}64\times10^{-27}kg}{2\times1{,}381\times10^{-23}\frac{J}{K}\times293K}\right)^{\frac{3}{2}} \times \left(1000\frac{m}{s}\right)^2 \times e^{-\frac{6{,}64\times10^{-27}kg\times\left(1000\frac{m}{s}\right)^2}{2\times1{,}381\times10^{-23}\frac{J}{K}\times293K}} =$$

$$= \left(7{,}38\times10^{-4}\frac{s}{m}\right)N$$

Per $v_2 = 1008\frac{m}{s}$:

$$y_2 = \frac{4N}{\sqrt{\pi}}\left(\frac{m}{2k_bT}\right)^{\frac{3}{2}} v_2^2 e^{-\frac{mv_2^2}{2k_bT}} =$$

$$= \frac{4N}{\sqrt{\pi}} \times \left(\frac{6{,}64\times10^{-27}kg}{2\times1{,}381\times10^{-23}\frac{J}{K}\times293K}\right)^{\frac{3}{2}} \times \left(1008\frac{m}{s}\right)^2 \times e^{-\frac{6{,}64\times10^{-27}kg\times\left(1008\frac{m}{s}\right)^2}{2\times1{,}381\times10^{-23}\frac{J}{K}\times293K}} =$$

$$= \left(7{,}40\times10^{-4}\frac{s}{m}\right)N$$

So che il numero di molecole di elio che hanno velocità compresa tra i due valori dati dal quesito coincide numericamente con il valore dell'area sottesa dalla curva, la quale può essere approssimata a un trapezio rettangolo:

$$N_{compresi} = A_{trapezio} = \frac{(y_1+y_2)(v_2-v_1)}{2} =$$

$$\frac{(7{,}40+7{,}38)\times10^{-4}\frac{s}{m}N\times(1008-1000)\frac{m}{s}}{2} = 5{,}9\times10^{-3}N$$

Che, in percentuale, corrisponde a (rapporto tra molecole con velocità compresa e molecole totali):

$$\frac{N_{compresi}}{N_{tot}} = \frac{5{,}9\times10^{-3}N}{N} = 5{,}9\times10^{-3} = 0{,}59\,\%$$